Лекция по дискретной математике

20 мая 2019

Количество счастливых билетов = количество билетов с суммой цифр 27

a + b + c + d + e + f = 27

$0 <= a, b, c, d, e, f <= 9$

$C_{6+27-1}^{6-1} = C_3^5 2$

При этом, к примеру, $27 = 3 + 10 + 4 + 1 + 4 + 5$ билетом не является

$A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_6$ - количество билетов, у которых слагаемые слищком большие

$\Rightarrow$ Ответ: $C_3^5 2 - A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_6$

$A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_6 = |A_1| + |A_2| + ... + |A_6| - |A_1 \cap A_2| - ... + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + ... = C_6^1 C_{22}^5 - C_6^2 C_1^5 2$

$\Rightarrow$ Ответ: $C_3^5 2 - (C_6^1 C_{22}^5 - C_6^2 C_1^5 2)$

Бинарные отношения

Определение

Дано $M \neq \emptyset$, бинарное отношение R на множестве M - это R: MxM $\rightarrow \{0, 1\}$

$a, b \in M$

$aRb \Leftrightarrow R(a, b) = 1$

$a\not{R}b \Leftrightarrow R(a, b) = 0$

Примеры:

- $(=, \mathbb{Z})$
- $(<, \mathbb{Z})$
- $(<=, \mathbb{Z})$
- $(\vdots, \mathbb{Z})$
- $(||$, прямые)
- $(\perp$, прямые)
- $(\leftrightarrow$, люди) т.е. знакомы люди или нет
- $(\leftrightarrow$, пользователи в Вконтакте) т.е. есть друг у друга в друзьях или нет

Представление отношений в виде матрицы

R	x_1	......	x_i
x_1	. . .		
...			
x_i			

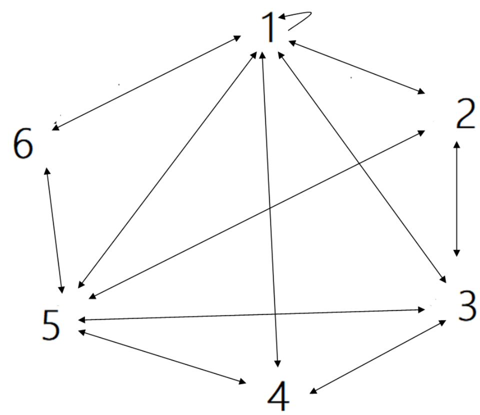
Если $x_i R x_j$, то в матрице в клетке в строке i и столбце j стоит 1

Пример:

M = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, R - взаимно простые

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	1	0	1	0
3	1	1	0	1	1	0
4	1	0	1	0	1	0
5	1	1	1	1	0	1
6	1	0	0	0	1	0

Представление отношений в виде графа



<u>Свойства отношений.</u>

- рефлексивность

  R - рефлексивно, $\Leftrightarrow \forall a \in M : aRa$

  R рефлексивно, если в матрице главная диагональ заполнена единицами, а в графе каждый элемент связан сам с собой петлей

  (К примеру, отношения "= "<="в $\mathbb{Z}$ рефлексивны)

- антирефлексивность

  R антирефлексивно, $\Leftrightarrow \forall a \in M : a\not R a$

  R рефлексивно, если в матрице главная диагональ заполнена нулями, а в графе нет петель

  (К примеру, отношение "<"на $\mathbb{Z}$ антирефлексивно)

- симметричность

  R симметрично, $\Leftrightarrow \forall a, b \in M$: 1)$aRb \Leftrightarrow bRa$, или 2)aRb и bRa, или 3)$a\not R b$ и $b\not R a$

  R симметрично, если в матрице присутствует симметрия относительно главной диагонали, а в графе все стрелки (ребра) направлены в обе стороны

  (К примеру, отношение "взаимно просты"на $\mathbb{Z}$ симметрично)

- антисимметричность

  R антисимметрично, $\Leftrightarrow \forall a, b \in M$: 1)$aRb \Leftrightarrow b\not R a (a \neq b)$, или 2) нет такого, чтобы aRb, bRa

  R анти симметрично, если в матрице НЕ присутствует симметрия относительно главной диагонали, а в графе все стрелки (ребра) направлены в одну сторону

  (К примеру, отношение "<="на $\mathbb{Z}$ симметрично)

- асимметричность = антисимметричность + антирефлексивность