

Конспект по дискретной математике.

Киселев Д.А 8371

18.02.19

Повтор последовательностей чисел в разных с/сч:

10ная: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13...

4ная: 0,1,2,3,10,11,12,13,20,21,22,23,30,31...

3ная: 0,1,2,10,11,12,20,21,22,100,101,102...

8ная: 83677 + единица = 83700

Римская: I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII...

$x + y = z$ Не предполагает с/сч

Продолжение док-ва о представлении числа n в R ной с/сч:

Поделим число n с остатком на p :

$n = p \cdot n_1 + a_0$ Где n_1 - частное, a_0 - остаток или последняя цифра числа

Далее делим n_1, n_2 на p :

$$n_1 = p \cdot n_2 + a_1$$

$$n_2 = p \cdot n_3 + a_2$$

Продолжаем пока не стало 0, это произойдет, т.к $n_k > n_{k+1}$

Поймем, что a_i - это цифры числа

$$n = pn_1 + a_0 = p(pn_2 + a_1) + a_0 = p^2n_2 + pa_1 + a_0 = p^2(pn_3 + a_2) + pa_1 + a_0 = p^3n_3 + p^2a_2 + pa_1 + a_0 = \dots = p^n a_n + \dots + pa_1 + a_0$$

Это и есть определение: $(a_n \dots a_0)_p$

Пример: произведем вычисления в 10ной с/сч:

Способ удобный для перевода из 10ной в N ную с/сч:

Число 31. Из 10ной в 4ную.

$$\begin{array}{r|l} 31 & 4 \\ \hline 28 & 7. \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \hline 4 & 1. \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 4 \\ \hline 0 & 0. \\ \hline 1 & \end{array}$$

Ответ: $31_{10} = 133_4$

Перевод из Nной в 10ную удобен по определению:

$$123_4 = 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 27_{10}$$

Алгоритм действий в Rных с/сч:

1. Сложение в столбик:

$$+ \begin{cases} a_n & a_{n-1} & \dots & a_2 & a_1 & a_0 \\ b_n & b_{n-1} & \dots & b_2 & b_1 & b_0 \end{cases}$$
$$(a_0 + b_0) \bmod p$$

$$\text{Перенос } a_0 + b_0 \geq p = \left[\frac{a_0 + b_0}{p} \right]$$

Пример:

$123 + 303$ в 4ной с/сч:

$$\begin{array}{r} + 123 \\ + 303 \\ \hline 1032 \end{array}$$

2. Вычитание, аналогично.

3. Умножение

$123 \cdot 2$ в 4ной с/сч:

$$\begin{array}{r} \times 123 \\ \quad 2 \\ \hline 312 \end{array}$$

Позиционные системы счисления со сменным основанием.

Пример: время

3 часа 27 минут - 03 : 27, где 0 - 10ная с/сч, 3 - 10ная, 2 - 6ная, 7-10ная.

Час/мин/сек

12 : 37 : 59, где 1 - 10ная с/сч, 2 - 10ная, 3 - 6ная, 7 - 10ная, 5 - 6ная, 9 - 10ная.

Опр: Пусть есть числа $p_i \in N$

$$p_i \geq 2, i \in N \cup \{0\}$$

С/сч с основанием p_i задает числа так:

$$\overline{(a_n \dots a_1 a_0)} = a_0 + p_0 a_1 + p_0 p_1 a_2 + \dots + p_0 p_1 p_2 \dots p_{n-1} a_n \quad 0 \leq a_i < p_i$$

Пример:

$$12 : 37 : 59 = 9 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 10 \cdot 6 + 3 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 + 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 6 + 1 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 = 45479 \text{ секунд}$$

Утв: Любые $n \in \mathbb{N}$ представляется в с/сч с основанием Р единственным образом.

Пример: Факториальная система счисления

$$(a_n \dots a_1 a_0)_! = a_0 + 2! \cdot a_1 + 3! \cdot a_2 + \dots (n + 1)! \cdot a_n$$

Система счисления	
10	!
1	1
2	10
3	11
4	20
5	21
6	100

Система счисления	
10	!
7	101
8	110
9	111
10	120
11	121
12	200

Примеры перевода:

$$2321_! = 1 + 2! \cdot 2 + 3! \cdot 3 + 4! \cdot 2 = 1 + 4 + 18 + 48 = 71_{10}$$

Перевод в !ную с/сч:

$42_{10} = ?_!$ При переводе в с/сч с основанием p_i нужно делить и считать остатки по модулю p_0, p_1, p_2

$$\begin{array}{r} 42 \mid 2 \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \mid 3 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \mid 4 \\ \underline{4} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \mid 5 \\ \underline{0} \\ 1 \end{array}$$

$$42_{10} = 1300_!$$