25.02.19

**Фибоначчиева система счисления**

***Утверждение:*** Если делятся индексы, то делятся и числа.

***Определение:*** Фибоначчиева система счисления: anan-1…a0 φ = , ai ϵ {0, 1}.

В записе числа не могут стоять две единицы подряд.

Примеры:

7 = F3 + F5 = 1010φ

8 = F6 = 10000φ

***Утверждение:*** bnbn-1…b0 φ  < bm+100…0 φ

**Теорема:**

Любое n ϵ N (включая 0) можно представить в Фибоначчиевой системе счисления, и это представление единственное.

Доказательство:

1. Дано число n.

Найдём: Fk ≤ n ≤ Fk+1

Fk-1 = Fk+1 - Fk > n - Fk ≥ 0

и т.к. n = 10, то нет двух единиц подряд

1. Единственность:

n = anan-1…a0 φ

n = bnbn-1…b0 φ  < bm+100…0 φ , m+1 ≤ n

→ m = n → из n можно убрать Fn+2: n - Fn+2 — разложение единственно.

Арифметические действия над числами в Фибоначчиевой системе счисления

|  |  |
| --- | --- |
| 1. 101001

+ 10 101011 101100 110000 1000000 φ = 21 | 1. 1000

+ 1001 2001 1121 10021 10110 11000 100000 φ = 13 |

**Наибольший общий делитель**

Даны a, b ϵ Z

* Наибольший общий делитель — d: a⁝d и b⁝d

 НОД a и b ↔ (a,b)

* Наименьшее общее кратное — m: m⁝a и m⁝b

НОК a и b ↔ [a, b]

***Определение***: 1) Общий делитель a и b — это d: a⁝d и b⁝d; 2) Общее кратное a и b — это m: m⁝a и m⁝b.

Пример:

(20, 30) = 10, [20, 30] = 60

Замечание:

1 — общий делитель для любых a и b.

ab — общее кратное a, b.

Следствие к замечанию

(a, b) ≥ 1, [a, b] ≤ ab

***Утверждение:*** 1) Если d — общий делитель a и b, то (a, b) ⁝ d; 2) m — общее кратное a и b, то m ⁝ [a, b].

Доказательство:

1. Делим с остатком m на [a, b]:

m = [a, b]q + r

………………

a q → r ⁝ a (аналогично r ⁝ b)

→ r — общее кратное a и b, но 0 ≤ r ≤ [a, b] → среди натуральных чисел [a, b] — min, которое делится нацело на a и b.

→ r = 0 → m ⁝ [a, b].

***Утверждение:*** ab = [a, b](a, b).

В примере (20б 30)[20, 30] = 10\*600 = 20\*30

Доказательство:

[a,b] ≠ $\frac{ab}{(a, b)}$

$\frac{ab}{(a, b)}$ — целое число

$\frac{ab}{(a, b)}$ ⁝ a, b → $\frac{ab}{(a, b)}$ — общее кратное

→ $\frac{ab}{(a, b)}$ ⁝ [a, b] → $\frac{ab}{(a, b)}$ = q[a, b] → $\frac{a}{\left(a, b\right)q}= \frac{[a, b]}{b}$ и $\frac{b}{\left(a, b\right)q}= \frac{[a, b]}{a}$ → (a, b)q — общий делитель a и b → (a, b) ≥ (a, b)q

При q = 1 $\frac{ab}{(a, b)}$ = [a, b]

***Утверждение:*** Пусть ab ⁝ c и (a, c) = 1 → b ⁝ c.

Пример:

14\*30 ⁝ 5, (14, 5) = 1,

→ 30 ⁝ 5

Доказательство:

$\frac{ab}{c}$ = q

ab = cq, и т.к. (a, c) = 1, то b ⁝ c