Лекция 10 2 курс

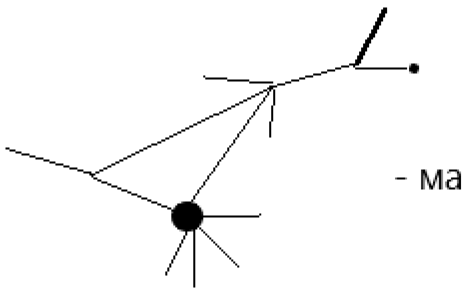
Анна Жук

November 2021

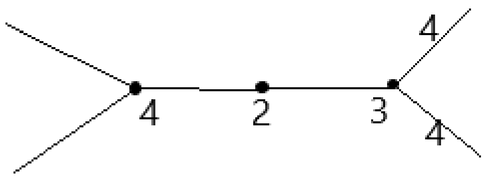
Долг

<u>Утв</u> В дереве $1 \leq$ центров ≤ 2

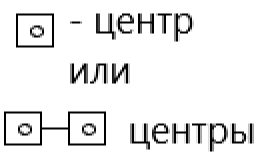
Напомним



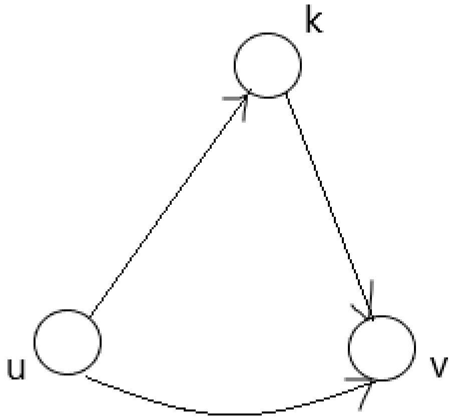
- максимальное расстояние - 3



Док-во: Если убрать у дерева все висячие вершины, расстояния уменьшаться на 1
Если повторять убир. висячие вершины.



for k $\in$ V




```
for u ∈ V
    for v ∈ V
        if d(u,v)>d(u,k)+d(k,v)
```

=> d(u,v)= — || —

Пример

k=A

.	A	B	C
A	0	5	2
B	3	0	5
C	∞	1	0

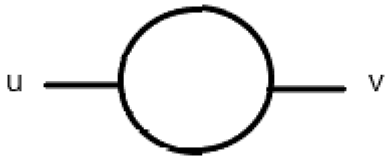
k=B

.	A	B	C
A	0	5	2
B	3	0	5
C	4	1	0

Корректность

Утв. После шага k в d(u,v) = min d (пути)

. пути

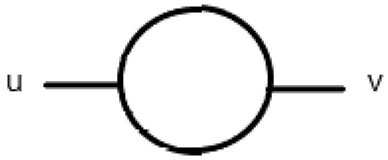


. от 1 до k

по индукции по k

Пример

База k=0

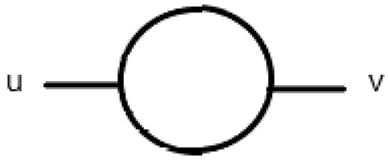


d(u,v)=

. нет

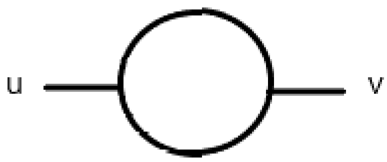
по индукции по k

Действительно, сначала d содержит длины рёбер



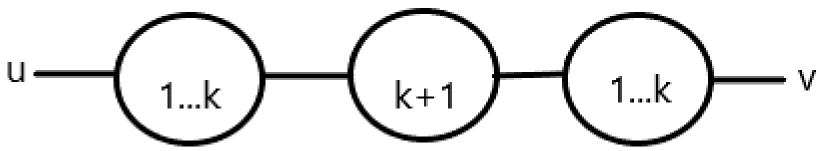
. вершины от 1 до k+1

Пусть есть оптимальный путь из



1) в нём нет k+1 => его длина d(u,v)

2) в нём есть k+1



его длина d(u, k+1)+d(k+1,v) это проверка из цикла меньший вариант записывается в d.

В конце d(u,v) = min (u...v) = dist(u,v)

Замечание

Чтоб восстановить путь, можно through(через)

if(d(u,v)>d(u,k)+d(k,v)=> d(u,v)= —‖—

through(u,v)=k

Для восстановления пути

1) A...I...B

. =th(A,B)

2) A...I...B

. J K

3) и т.д. если th(x,y) нет записи => ребро x-y это оптимальный путь

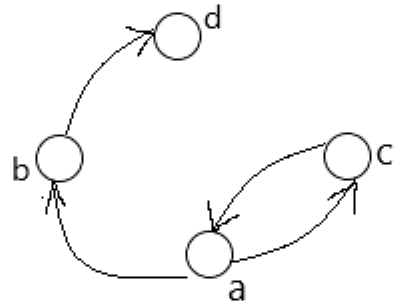
Замечание. Алгорритм Флойда ищет транзитивное замыкание бинарных отношений.

Пусть R-бинарное отношение на R, если:

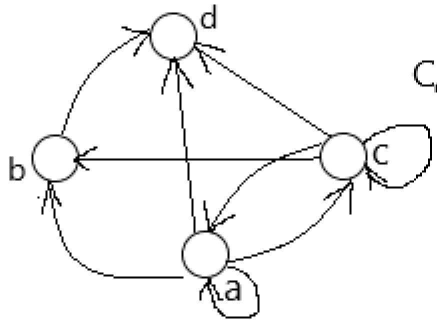
1) $\bar{R} \supset R$; 2) $\bar{R}$- транзитивно

3) $\forall \bar{R}$ $\bar{R} \supset \tilde{R} \supset R$ - не транзитивно

Пример



- не транзитивный
aRb; bRd, но ~~aRd~~
aRc; cRa, но ~~aRa~~



Сделаем транзитивным

Пусть R-бинарное отношение

Пусть G=(M,R) - нраф отношений на M

Тогда $\bar{R}$ - это $x\bar{R}y$ <=> есть путь x-y в G

Док-во: 1) $\bar{R} \supset R$ т.к. если xRy => есть путь из 1 ребра => $x\bar{R}y$

2) $\bar{R}$ - транзитивно, т.к. $x\bar{R}y$, $y\bar{R}z$ => $x\bar{R}z$ (путь x-z тоже есть)

3) Пусть $\tilde{R} \supset R$; $\tilde{R}$ - транзитивно

Пусть есть x в y: $x \to x_1 \to x_2 \to x_3 ... \to y$

xRx_1 => xRx_1

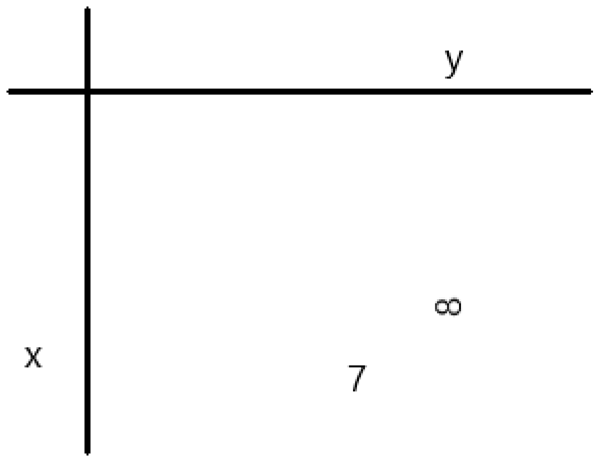
x_1Rx_2 => $x\tilde{R}x_2$; $x_2\tilde{R}x_2$ => $x\tilde{R}x_3$=>...=>$x\tilde{R}y$

Применим Флоида к графу G=(M,R)

$d_0(x,y)=1$, если xRy

$d_0(x,y)=\infty$, если $\cancel{xRy}$

После конца алгоритма



Замыкание - это xRy, если d(x,y) ≤ 0

На практике

Алгоритм Транзитивного замыкания

$\bar{R}$:=R

for k $\in$ M

.   for x $\in$ M

.   for y $\in$ M

.   if xRk & kRy

$\tilde{R}$ $\leftarrow$(x,y) т.е. сделать x$\bar{R}$y

Потоки в сетях

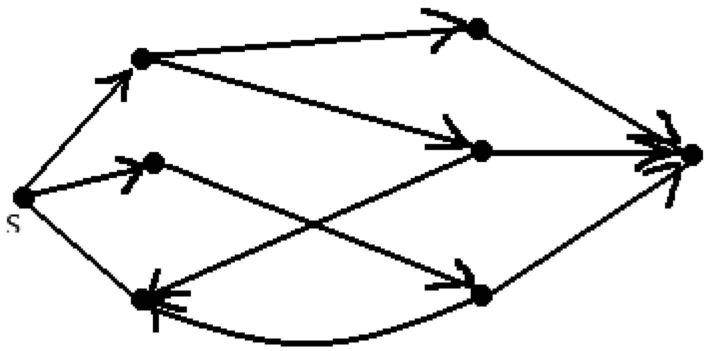
Опр. Сеть - это G=(V,E) ориентированный

s $\in$ V

t $\in$ V

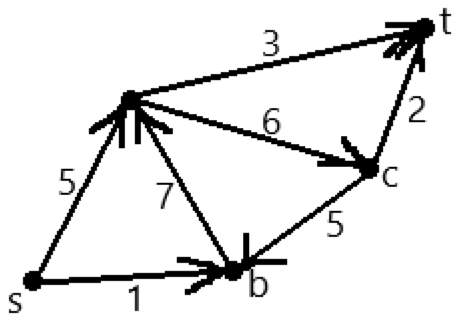
$\nexists$ e=(u,s) - ничего не входит

$\exists$ e =(t,u) - ничего не выходит



e: E -> N - пропускн. способности
рёбер целые >0

Пример:



Опр. Поток f в сети G - это f: E $\leftarrow$R

1) 0 $\leq$ f(e) $\leq$ c(e)

2) $\forall$ u $\neq$ s,t

$\sum_{(v,u)\in E}$ f(e)=$\sum_{e=(v,u)=E}$ f(e)

Пример